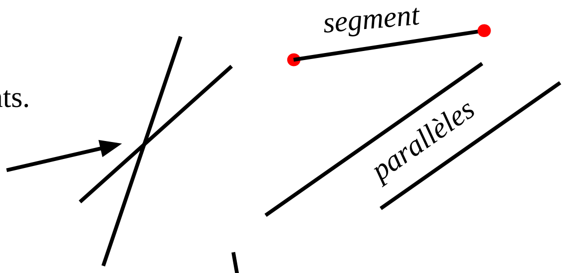
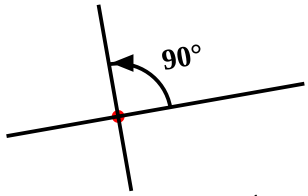
Eléments de géométrie

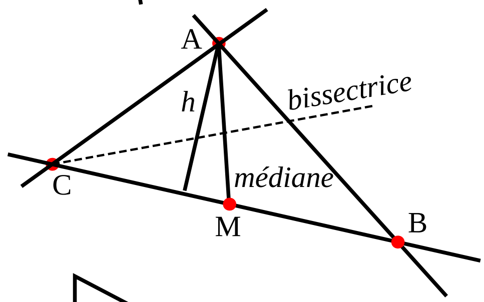
Droite
La ligne droite est celle qui suit le chemin le plus court entre deux points.
Segment de droite : portion de droite comprise entre 2 points
Deux droites se coupent en un point et un seul, c'est leur **intersection.**
Si 2 droites ne se coupent jamais, ce sont des droites **parallèles.**



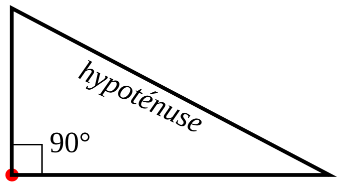
Angle
Au point d'intersection, deux droites déterminent un **angle.**
Un angle est appelé **angle droit** s'il partage l'espace en 4 parties égales.
Si 2 droites se coupent à angle droit, on dit qu'elles sont **perpendiculaires.**
(on utilisera désormais le symbole habituel ⊥ pour le mot *perpendiculaire)*
Le degré est la 90e partie d'un angle droit. L'angle droit mesure **90°.**



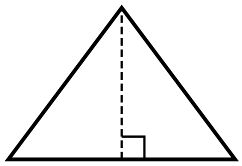
Triangle
3 droites non parallèles entre elles se coupent en 3 points.
Ces 3 points constituent les **sommets** d'un **triangle.**
Les segments de droite entre ces points sont les **côtés** du triangle.
La somme des angles d'un triangle est égale à 180°.
Un segment de droite reliant un sommet au milieu du côté opposé s'appelle une **médiane.**
Une droite partageant un angle en 2 parties égales s'appelle sa **bissectrice.**
Un segment de droite ⊥ à un côté et passant par le sommet opposé s'appelle la **hauteur.**
Il y a 3 médianes, 3 bissectrices, 3 hauteurs (*h* dans la figure) dans un triangle.

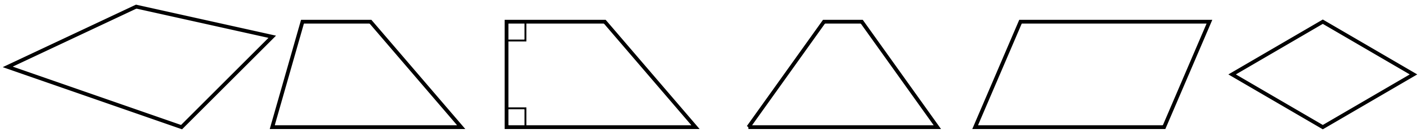


Triangle rectangle
Si 2 côtés du triangle sont ⊥ entre eux, le triangle est un **triangle rectangle**
Le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse.**
La somme des valeurs des 2 autres angles est égale à 90°



Triangle isocèle
Un triangle isocèle possède 2 côtés égaux et 2 angles égaux. Le 3e côté est appelé sa **base.**
La médiane et la hauteur de la base et la bissectrice de l'angle opposé.sont confondues.
Un triangle avec 3 côtés égaux est un **triangle équilatéral**. Ses 3 angles ont pour valeur 60°.



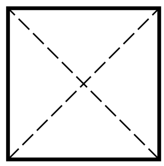


quadrilatère *trapèze* *trap. rectangle* *trapèze isocèle* *parallélogramme* *losange*

Quadrilatères
Si 4 droites ne sont pas parallèles entre elles, elles se coupent en 4 points et forment un quadrilatère.
La somme des angles de tout quadrilatère est de **360°.**
Les segments de droite joignant des sommets opposés s'appellent des **diagonales.**
Si deux des côtés sont parallèles entre eux, la figure formée est un **trapèze.**
Si un côté du trapèze est perpendiculaire aux côtés parallèles, on a un **trapèze rectangle.**
Si le trapèze a des angles égaux 2 à 2, il est appelé **trapèze isocèle.**
Si le quadrilatère a des côtés parallèles 2 à 2, la figure formée est un **parallélogramme.**
Un **losange** est un quadrilatère qui a ses 4 côtés égaux.

Rectangle et carré
Un rectangle est un quadrilatère avec 4 angles droits.
Ses côtés sont parallèles et égaux 2 à 2.
Un carré est un quadrilatère avec 4 angles droits
et 4 côtés égaux. Les diagonales d'un carré se coupent
à angle droit et sont de longueurs égales.

rectangle



carré

Polygones
Les figures avec plus de 4 côtés sont des *polygones :* **pentagone** (5 côtés), **hexagone** (6), **heptagone** (7), **octogone (8), nonagone** (9), **décagone** (10) ... On ne les emploie en général que s'ils sont *réguliers*, c'est-à-dire avec des côtés égaux.
Noter qu'on obtient un cercle si on augmente indéfiniment le nombre de côtés (qui deviennent de plus en plus petits).

Périmètres et surfaces

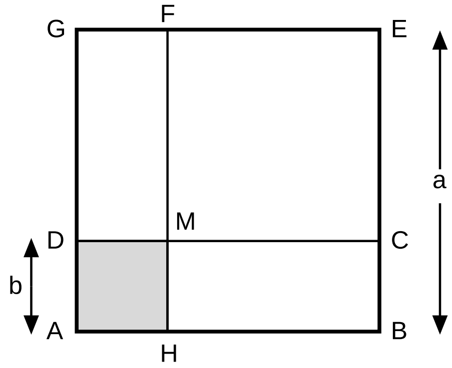
Carré

– le périmètre d'un carré est égale à 4 fois la longueur d'un côté.
– sa surface est égale au carré de la longueur de son côté (par définition).

Rectangle

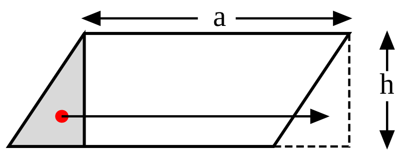
– le périmètre d'un rectangle et égal à 2 fois la somme des longueurs de son grand et de son petit côté.
– sa surface est égale au produit des longueurs de son petit et de son grand côté.
On peut démontrer ainsi cette proposition :
Soit à calculer la surface X du rectangle ABCD, de côtés a et b.

On construit sur ce rectangle un carré ABEG de côté a (surface a^2).
On remarque que ce grand carré comprend le rectangle ABCD de surface X,
un autre rectangle AHFG de même surface
et un carré CEFM de côté (a–b) et donc de surface $(a–b)^2$
Mais ce grand carré englobe 2 fois le petit carré AHMD de côté égal à b
(et donc de surface b^2) qu'il faut soustraire. Avec l'aide de l'algèbre,
on peut écrire : $a^2 = 2X^2 + (a–b)^2 – b^2$. D'où **X = ab** (CQFD.)



Parallélogramme

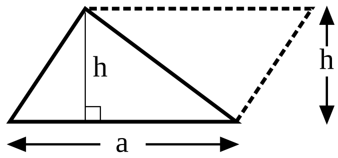
Sa surface est égale au produit ah d'un de ses côtés par sa hauteur h
La hauteur h est la distance entre les côtés parallèles.
La figure montre comment on déplace un triangle pour fabriquer un rectangle dont on sait calculer la surface.



Triangle

La surface du triangle est égale au produit de l'un des côtés par la hauteur correspondante. On le démontre en formant un parallélogramme avec l'aide d'un triangle équivalent.

La surface du triangle est donc $S = ah/2$

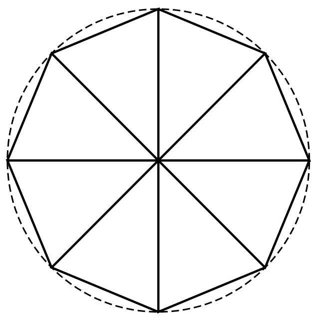


Polygones

La surface des polygones **réguliers** se calcule à partir de la surface du triangle construisant le polygone.

Cercle

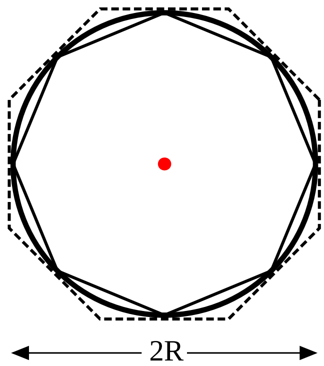
Il n'est pas possible de calculer la surface exacte S du cercle à partir de carrés ou de triangles*. Mais on peut calculer la surface S_1 d'un polygone *inscrit* dans le cercle. Cette surface s'approche de celle du cercle quand le nombre de côtés du polygone augmente. Elle est toujours proportionnelle au carré R^2 de son rayon. La surface du cercle sera, elle aussi, proportionnelle à R^2, $S = \pi R^2$.



Cette méthode permet de calculer le nombre π de manière approchée.
On trace en plus un polygone extérieur au cercle, mais en contact avec lui (*polygone circonscrit*), et on calcule sa surface S_2.
La surface S du cercle est comprise entre S_1 et S_2 .
La valeur de π sera donc comprise entre S_1/R^2 et S_2/R^2.
Elle est d'autant plus précise que le nombre de cotés des polygones est grand.

[NB. Il y a d'autres moyens pour calculer le nombre π.
La méthode des polygones est plutôt fastidieuse.]

Par exemple, avec des polygones inscrits et circonscrits de 4 côtés (carrés),
$S_1 = 2R^2$ et $S_2 = 4R^2$, d'où $2 < \pi < 4$. Ce n'est pas très précis !



* Ce problème – célèbre, mais insoluble – est appelé *la quadrature du cercle.*